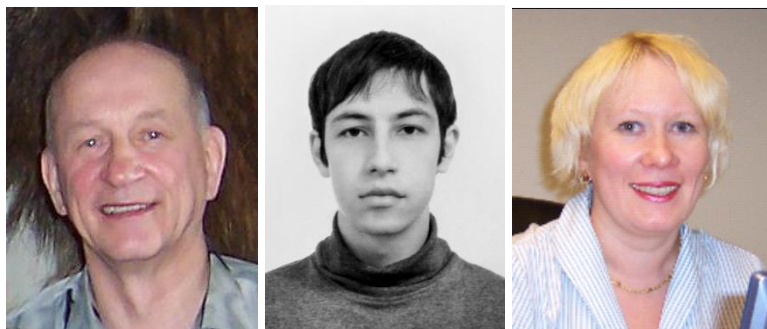


ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ И РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗОВ

УДК 004.93'1; 004.932

В. Лабунец¹, И. Артемов¹, Е. Остхаймер²¹Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург²Capricat LLC 1340 S. Ocean Blvd., Suite 209 Pompano Beach, 33062 Florida, USA**ЦВЕТНЫЕ МЕТАСРЕДЫ ШРЕДИНГЕРА****1. Введение**

В данной работе изучаются новые метасреды с триплетными (цветными) коэффициентами теплопроводности, названными цветными метасредами Шредингера. Как известно, классическое двумерное уравнение теплопроводности с источником имеет следующий вид

$$\frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t), \quad (1)$$

где $\varphi(x, y, t)$ - функция, описывающая возбуждение среды, $f(x, y, t)$ - возбуждающий источник (входной сигнал). Основной целью данной работы является исследование законов функционирования цветных метасред Шредингера в виде квантовых клеточных автоматов (ККА) с триплетными коэффициентами диффузии. Триплетные (цветные) числа (Greaves, 1847) содержат действительную и две мнимые части с двумя гипермнимыми единицами ε^1 и ε^2 , причем $\varepsilon^3 = 1$. Они формируют трехмерную триплетную (цветную) алгебру

$$A_3(\varepsilon) = A_3(\mathbf{R} | 1, \varepsilon^1, \varepsilon^2) := \{z = r + g\varepsilon^1 + b\varepsilon^2 \mid r, g, b \in \mathbf{R}\}.$$

Числа вида $z = r + g\varepsilon^1 + b\varepsilon^2$ называются триплетными или цветными числами. Последнее название связано с тем, что триплетными числами можно кодировать значения цветных RGB-пикселей. Если в (1) коэффициент диффузии - триплетное число $D = r + g\varepsilon^1 + b\varepsilon^2$, то уравнение (1) называется цветным уравнением Шредингера. Оно описывает процесс возбуждения в так называемой цветной метасреде Шредингера с $A_3(\varepsilon)$ -значной (цветной) волновой функцией. Дискретизация уравнения Шредингера дает модель цветной метасреды в виде цветного квантового клеточного автомата. Его микроэлектронная реализация представляет собой программируемую метасреду Шредингера (Лабунец, 2013).

Цель данной работы – изучить свойства цветной метасреды Шредингера в форме клеточного автомата. Детальную информацию о клеточных автоматах можно найти в (Wolfram, 1985; Rosin et al., 2014). Ячейки клеточного автомата размещены в 2D массиве, они могут выполнять базовые операции с триплетными числами и обмениваться

сообщениями о своих состояниях со своими соседями. Цветной клеточный автомат может быть использован для решения задач компьютерного зрения и обработки цветных изображений в виде так называемого "кремниевого глаза".

Триплетные (цветные) числа

Рассмотрим алгебраические и геометрические свойства триплетной алгебры $A_3(\varepsilon) = A_3(\mathbf{R} | 1, \varepsilon^1, \varepsilon^2) := \{C = r + g\varepsilon^1 + b\varepsilon^2 \mid r, g, b \in \mathbf{R}\}$. Правила сложения и умножения в этой алгебре имеют следующий вид (Greaves, 1847):

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= (r_1 + g_1\varepsilon^1 + b_1\varepsilon^2) + (r_2 + g_2\varepsilon^1 + b_2\varepsilon^2) = \\ &= (r_1 + r_2) + (g_1 + g_2)\varepsilon^1 + (b_1 + b_2)\varepsilon^2, \\ C_1 \cdot C_2 &= (r_1 + g_1\varepsilon + b_1\varepsilon^2) \cdot (r_2 + g_2\varepsilon + b_2\varepsilon^2) = \\ &= r_1r_2 + \varepsilon g_1r_2 + \varepsilon^2 b_1r_2 + b_1g_2 + \varepsilon r_1g_2 + \varepsilon^2 g_1g_2 + g_1b_2 + \varepsilon b_1b_2 + \varepsilon^2 r_1b_2 = \\ &= (r_1r_2 + b_1g_2 + g_1b_2) + (g_1r_2 + r_1g_2 + b_1b_2)\varepsilon + (b_1r_2 + g_1g_2 + r_1b_2)\varepsilon^2. \end{aligned}$$

Введем следующие триплетные числа

$$\mathbf{e}_{lum} := (1 + \varepsilon + \varepsilon^2)/3, \quad \mathbf{E}_{chr} := (1 + \omega_3\varepsilon^2 + \omega_3^2\varepsilon)/3, \quad (2)$$

где $\omega_3 = \exp(i_- \cdot 2\pi/3)$. Нетрудно проверить, что $\mathbf{e}_{lum}^2 = \mathbf{e}_{lum}$, $\mathbf{E}_{chr}^2 = \mathbf{E}_{chr}$, $\mathbf{e}_{lum}\mathbf{E}_{chr} = \mathbf{E}_{chr}\mathbf{e}_{lum} = 0$. Следовательно, \mathbf{e}_{lum} , \mathbf{E}_{chr} - суть ортогональные идемпотенты. Поэтому каждое триплетное (цветное) число $C = r + g\varepsilon + b\varepsilon^2$ может быть представлено в виде линейной комбинации «скалярной» $a_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum}$ и «комплексной» $z_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr}$ составляющих $C = a_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + z_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr} = (a_{lum}, z_{chr})$ в идемпотентном базисе $\{\mathbf{e}_{lum}, \mathbf{E}_{chr}\}$, где

$$a_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} \equiv C \cdot \mathbf{e}_{lum}, \quad z_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr} = C \cdot \mathbf{E}_{chr},$$

так как

$$\begin{aligned} C \cdot \mathbf{e}_{lu} &= (a_{lu} \cdot \mathbf{e}_{lu} + z_{ch} \cdot \mathbf{E}_{ch}) \cdot \mathbf{e}_{lu} = a_{lu} \cdot \mathbf{e}_{lu}^2 + z_{ch} \cdot \mathbf{E}_{ch} \mathbf{e}_{lu} = a_{lu} \cdot \mathbf{e}_{lu} = \\ C \cdot \mathbf{E}_{ch} &= (a_{lu} \cdot \mathbf{e}_{lu} + z_{ch} \cdot \mathbf{E}_{ch}) \cdot \mathbf{E}_{ch} = a_{lu} \cdot \mathbf{e}_{lu} \mathbf{E}_{ch} + z_{ch} \cdot \mathbf{E}_{ch}^2 = z_{ch} \cdot \mathbf{E}_{ch}. \end{aligned}$$

Будем называть реальные числа $a_{lum} \in \mathbf{R}$ *яркостными числами*, а комплексные числа $z_{chr} \in \mathbf{C}$ - *хроматическими числами*. Очевидно,

$$\begin{aligned} a_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} &= C \cdot \mathbf{e}_{lum} = (r + g\varepsilon^1 + b\varepsilon^2) \frac{1 + \varepsilon^1 + \varepsilon^2}{3} = (r + g + b) \frac{1 + \varepsilon^1 + \varepsilon^2}{3}, \\ z_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr} &= C \cdot \mathbf{E}_{chr} = (r + g\varepsilon^1 + b\varepsilon^2) \frac{1 + \omega^1\varepsilon^1 + \omega^2\varepsilon^2}{3} = (r + g\omega^1 + b\omega^2) \frac{1 + \omega^1\varepsilon^1 + \omega^2\varepsilon^2}{3}. \end{aligned}$$

Откуда получаем, что

$$a_{lum} = r + g + b,$$

$$z_{chr} = r + g\omega^1 + b\omega^2 = r + 0.5g(-1 + i_- \sqrt{3}) + 0.5b(-1 - i_- \sqrt{3}) = \left(r - \frac{g+b}{2}\right) + i_- \frac{\sqrt{3}}{2}(g-b).$$

В новом дуплексном представлении две главные арифметические операции имеют простейшую форму

$$\begin{aligned} C + B &= (a_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + z_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr}) + (b_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + w_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr}) = (a_{lu} + b_{lu}) \cdot \mathbf{e}_{lum} + (z_{chr} + w_{chr}) \cdot \mathbf{E}_{chr}, \\ C \cdot B &= (a_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + z_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr}) \cdot (b_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + w_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr}) = (a_{lu} b_{lu}) \cdot \mathbf{e}_{lum} + (z_{chr} w_{chr}) \cdot \mathbf{E}_{chr}. \end{aligned}$$

Следовательно, цветная алгебра $A_3(\varepsilon)$ является прямой суммой реального \mathbf{R} и комплексного \mathbf{C} полей: $A_3(\varepsilon) = \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_{lu} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{E}_{ch} = \mathbf{R} \oplus \mathbf{C}$.

Как известно, комплексные числа $z = x + iy$ начиная с Гаусса представляют точками двумерного пространства $z = x + iy = (x, y) \in \mathbf{R}^2$ (комплексная плоскость). С геометрической точки зрения триплетное число $C = r + g\varepsilon + b\varepsilon^2$ может быть представлено трехмерным вектором $C \equiv (r, g, b) \in \mathbf{R}_{col}^3$ или точкой $C \equiv C(r, g, b) \in \mathbf{R}_{col}^3$ с координатами (r, g, b) в трехмерном цветовом пространстве \mathbf{R}_{col}^3 (см. рис.1).

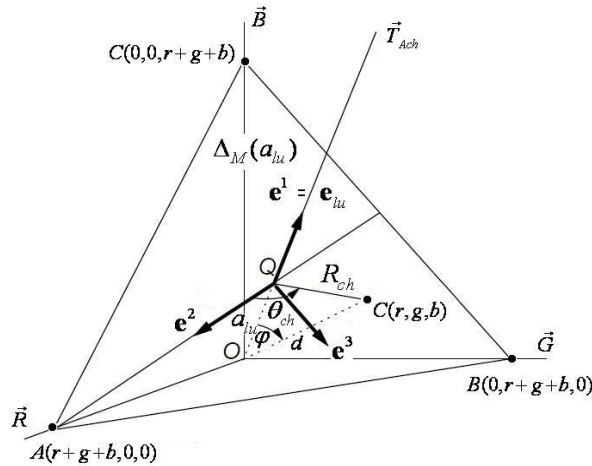


Рис. 1. Геометрическое представление триплетного числа $C \equiv r + g\varepsilon + b\varepsilon^2$ в виде 3D вектора $C \equiv (r, g, b) \in \mathbf{R}_{col}^3$ или точки $C \equiv C(r, g, b) \in \mathbf{R}_{col}^3$ трехмерного цветового пространства $\in \mathbf{R}_{col}^3$.

К геометрическим характеристикам относятся следующие величины:

$$a_{lum} = (r + g + b) / \sqrt{3}, \quad d = \sqrt{r^2 + g^2 + b^2}, \quad R_{chr} = \sqrt{d^2 - a_{lum}^2}, \quad \theta_{chr}.$$

Пусть O - начало системы $\vec{R}, \vec{G}, \vec{B}$ -координат, а \vec{T}_{Ach} - линия, на которой лежат точки с одинаковым координатами $r = g = b$ (назовем ее ахроматическая диагональ). На ахроматической диагонали лежат яркостные числа a_{lum} . Пусть далее $\Delta_M(a_{lu})$ - плоскость $r + g + b = a_{lum}$, перпендикулярная ахроматической оси \vec{T}_{Ach} и пересекающая ее на удалении a_{lum} от начала координат. Назовем ее *хроматической плоскостью*. На ней располагаются хроматические числа z_{chr} .

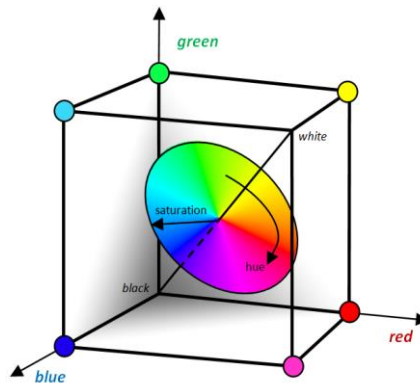


Рис. 2. Цветовой куб, ахроматическая диагональ и хроматическая плоскость.

Очевидно, что вектор $C \equiv r + g\varepsilon + b\varepsilon^2 = (r, g, b)$ может быть описан 1) проекцией a_{lum} отрезка OC на линию \vec{T}_{Ach} , т.е. яркостной составляющей и 2) комплексным числом z_{chr} в хроматической плоскости. Причем модуль этого числа является расстоянием $|z_{chr}|$ от $C(r, g, b)$ до этой линии, т.е. он описывает насыщенность (которая часто обозначается символом $S_{chr} = |z_{chr}|$) триплетного числа $C = r + g\varepsilon + b\varepsilon^2$, а азимутальный угол $\theta_{chr} = \arg(z_{chr})$ представляет его цветовой тон (который также обозначается символом $H_{chr} = \theta_{chr} = \arg(z_{chr})$) в соответствии с рис. 2.

Яркость и насыщенность коэффициента диффузии в цветном уравнении Шредингера

Пусть коэффициент диффузии D в уравнении Шредингера будет триплетным числом:

$$\frac{d}{dt} \varphi(x, y, t) = (r_D + g_D \varepsilon + b_D \varepsilon^2) \cdot \left(\frac{d^2}{dx^2} \varphi(x, y, t) + \frac{d^2}{dy^2} \varphi(x, y, t) \right) + f(x, y, t), \quad (7)$$

где $\varphi(x, y, t) = \varphi_r(x, y, t) + \varphi_g(x, y, t)\varepsilon + \varphi_b(x, y, t)\varepsilon^2$ - цветная волновая функция, и

$$D = (r_D + g_D \varepsilon + b_D \varepsilon^2) = D_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + D_{chr} \cdot \mathbf{E}_{chr} = (D_{lum}, D_{chr}), \quad (8)$$

$$D = \{r_D, g_D, b_D\} = \{D_{lum}, D_{chr}\} = \{D_{lum}, S_{chr} \cdot e^{i \cdot H_{chr}}\}.$$

Здесь $D_{chr} = |D_{chr}| e^{i \cdot \theta_{chr}} = S_{chr} \cdot e^{i \cdot H_{chr}}$.

Поскольку $\varphi(x, y, t) = \varphi_{lum}(x, y, t) \cdot \mathbf{e}_{lum} + \varphi_{chr}(x, y, t) \cdot \mathbf{E}_{chr}$, то в идемпотентном базисе $\{\mathbf{e}_{lum}, \mathbf{E}_{chr}\}$ уравнение (7) распадается на два уравнения: для яркостной и хроматической составляющих:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \varphi_{lum}(x, y, t) &= D_{lum} \cdot \left(\frac{d^2}{dx^2} \varphi_{lum}(x, y, t) + \frac{d^2}{dy^2} \varphi_{lum}(x, y, t) \right), \\ \frac{d}{dt} \varphi_{chr}(x, y, t) &= D_{chr} \cdot \left(\frac{d^2}{dx^2} \varphi_{chr}(x, y, t) + \frac{d^2}{dy^2} \varphi_{chr}(x, y, t) \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Очевидно,

$$\varphi_{chr}(x, y, t) = |\varphi_{chr}(x, y, t)| e^{i \cdot \theta_{chr}(x, y, t)} = S(x, y, t) e^{i \cdot H_{chr}(x, y, t)},$$

где

$$S(x, y, t) = |\varphi_{chr}(x, y, t)|, \quad H_{chr}(x, y, t) = \theta_{chr}(x, y, t)$$

- суть насыщенность и цветовой тон волновой функции, соответственно.

Первое уравнение является уравнением теплопроводности с вещественным коэффициентом диффузии $D_{lum} = r_D + g_D + b_D$. Оно описывает изменение яркости $\varphi_{lum}(x, y, t)$ волновой функции $\varphi(x, y, t)$. Второе уравнение является уравнением Шредингера с комплексным коэффициентом диффузии

$$D_{chr} = \left(r_D - \frac{g_D + b_D}{2} \right) + i \frac{\sqrt{3}}{2} (g_D - b_D).$$

Оно описывает динамику изменения хроматической составляющей $\varphi_{chr}(x, y, t)$ волновой функции $\varphi(x, y, t)$ (т.е. изменение во времени ее насыщенности и цветового тона).

Для представления результатов моделирования будем использовать клеточный автомат, в котором состояния клетки представляются цветными пикселями (триплет-

ными числами). В качестве входного воздействия $f(x, y, t)$ возьмем сумму четырех дельта-функций Дирака (красной, зеленой, белой и синей). На последующих рисунках они представлены четырьмя точками соответствующих цветов. Каждый рисунок состоит из четырех частей: левая верхняя четверть содержит итоговую RGB картинку (т.е. представляет волновую функцию $\varphi(x, y, t)$ в RGB-формате), верхняя правая представляет яркостную составляющую $\varphi_{lum}(x, y, t)$ цветной волновой функции, левая нижняя представляет насыщенность $|\varphi_{chr}(x, y, t)| = S(x, y, t)$, а четвертая - цветовой тон $\theta_{chr}(x, y, t)$. Соответствие между углом $\theta_{chr}(x, y, t)$ и цветовым тоном $H_{chr}(x, y, t)$ представлено на рис. 3.

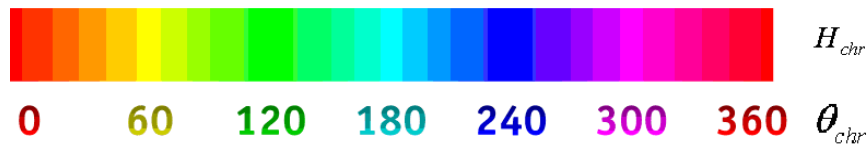


Рис. 3. Соответствие между углом $\theta_{chr}(x, y, t)$ и цветовым тоном $H_{chr}(x, y, t)$.

Сначала рассмотрим поведение метасреды Шредингера-Евклида для "сбалансированных" хроматического и ахроматического параметров $D = D_{lum} \cdot \mathbf{e}_{lum} + S_{chr} \cdot e^{i \cdot H_{chr}} \cdot \mathbf{E}_{chr}$, где $D_{lum} = S_{chr}$, $\theta_{chr} = 0$, т.е. $D = D_{lum} \cdot (\mathbf{e}_{lum} + \mathbf{E}_{chr})$. В этом случае берутся равные значения яркости и насыщенности коэффициента диффузии, при нулевой хроматической фазе: $D_{lum} = S_{chr}$, $\theta_{chr} = 0$. Результаты моделирования для данного случая показаны на рис. 4.

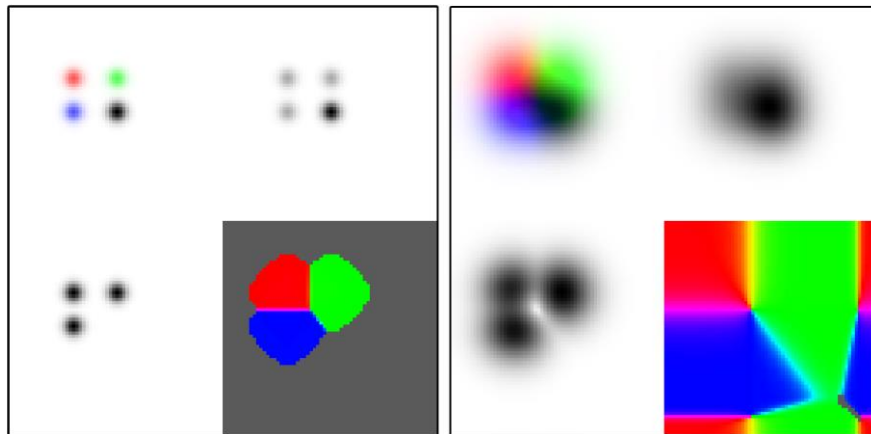


Рис. 4. Состояние цветной метасреды Шредингера-Евклида для $t_k = 16$ (рисунок слева) и $t_k = 210$ (рисунок справа), когда $D_{lum} = S_{chr}$, $\theta_{chr} = 0$.

Рис. 5 показывает процесс распространения цветного возбуждения в цветной метасреде, для которой коэффициент диффузии имеет низкое значение насыщенности. Ахроматические компоненты во всех иллюстрациях данной работы инвертированы, чтобы обеспечить меньшее количество темных цветов для лучшего визуального восприятия рисунков. Поэтому более темные оттенки означают большие уровни возбуждения.

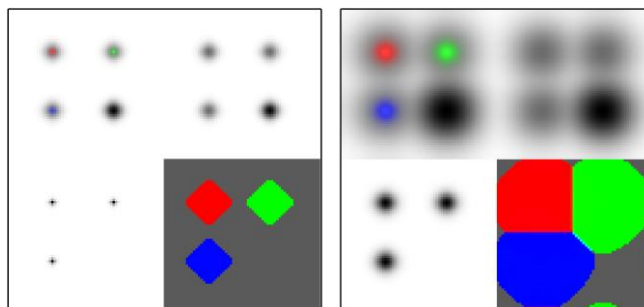


Рис. 5. Состояния цветной метасреды Шредингера-Евклида на моменты $t_k = 13$ и $t_k = 120$ при малом значении насыщенности S_{chr} цветного коэффициента диффузии D .

Отметим, что хроматические составляющие распространяются медленнее, чем ахроматические: размер пятен в правой верхней четверти (яркость возбуждения) больше, чем левой нижней (насыщенность возбуждения).

Более интересные результаты получаются при увеличении цветового тона θ_{chr} коэффициента диффузии. В качестве входного воздействия используем одну красную дельта-функцию Дирака, возбуждающую центральную точку клеточного автомата. Для сравнения сначала получим картину возбуждения клеточного автомата с нулевым цветовым тоном $\theta_{chr} = 0^\circ$ (при $D_{lum} = S_{chr} = 0.11$). Результаты представлены на рис. 6. Рисунок показывает только результирующие RGB изображения (верхняя часть) и хроматические фазы клеток (нижняя часть).

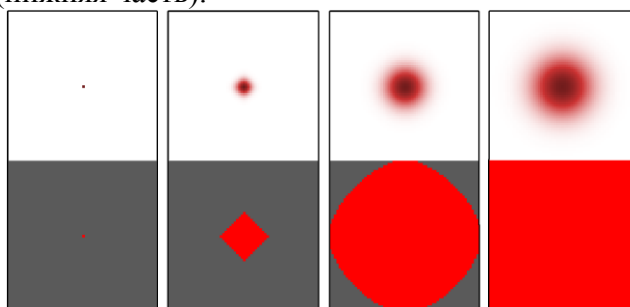


Рис. 6. Процесс распространения возбуждения по цветной метасреде Шредингера-Евклида для $t_k = 0, 10, 70, 160$ при $\theta_{chr} = 0^\circ$.

Небольшое увеличение хроматической фазы θ_{chr} приводит к появлению цветов, которые достаточно близки к красному по оттенку (это оранжевый и желтый - их хроматические фазы 30° и 60°). Новые цвета формируют большие размытые кольца. Результаты моделирования можно увидеть на рис. 7.

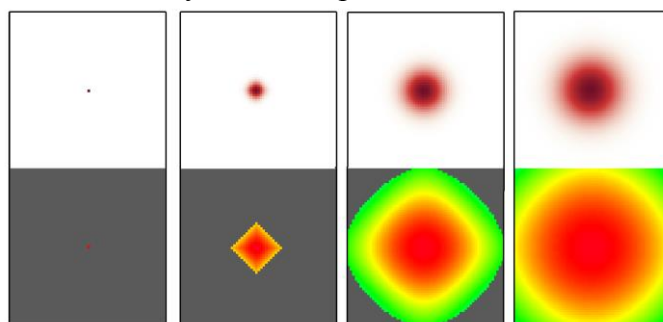


Рис. 7. Процесс распространения возбуждения по по цветной метасреде Шредингера-Евклида для $t_k = 0, 10, 70, 160$ при $\theta_{chr} = 5^\circ$.

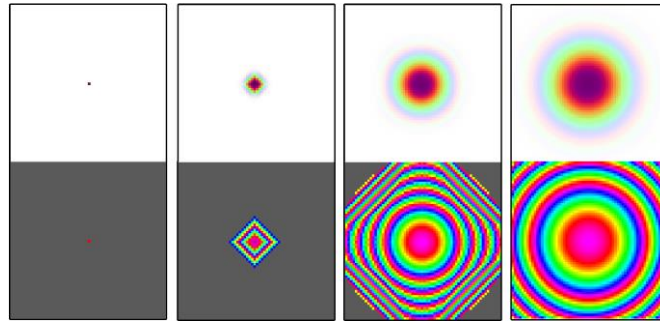


Рис. 8. Процесс распространения возбуждения по цветной метасреде Шредингера-Евклида для $t_k = 0, 10, 70, 160$ при $\theta_{chr} = 60^\circ$.

Более высокие значения фазы хроматического числа приводят к тому, что простая красная точка постепенно трансформируется в пятно, содержащее все цвета (см. рис. 8). Типичная форма возбуждения метасреды Шредингера под действием входного белого дельта-импульса Дирака представлена на рис. 9.

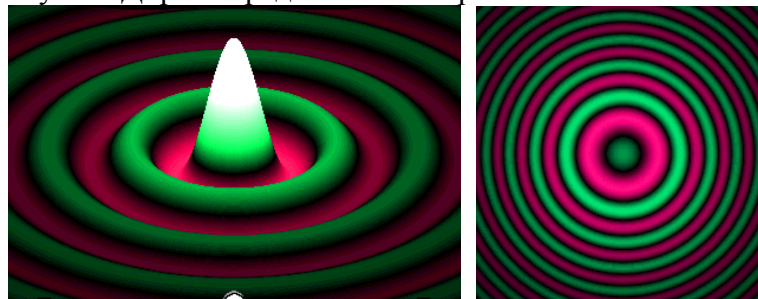


Рис. 9. Типичная форма возбуждения метасреды Шредингера-Евклида под действием входного белого дельта-импульса Дирака.

Цветная метасреда Шредингера-Яглома

Хроматическая плоскость, в которой лежит $D_{chr} = |D_{chr}| e^{i \cdot \theta_{chr}} = S_{chr} \cdot e^{i \cdot H_{chr}}$, представляет собой классическую комплексную алгебру с $i_-^2 = -1$. Интересно исследовать цветную метасреду с хроматической плоскостью в виде остальных двух комплексных алгебр с $i_+^2 = +1$ и $i_0^2 = 0$ (Yaglom, 1968), т.е. с хроматическими составляющими вида:

$$D_{chr} = |D_{chr}| e^{i \cdot \theta_{ch}} = S_{ch} \cdot e^{i \cdot H_{ch}} \text{ и } D_{chr} = |D_{chr}| e^{i_0 \cdot \theta_{ch}} = S_{ch} \cdot e^{i_0 \cdot H_{ch}}.$$

Такие среды будем называть цветными метасредами Шредингера-Яглома. На рис. 10 представлены состояния метасреды Шредингера-Галилея в момент времени $t_k = 128$ (для того же входного воздействия, что и в предыдущем случае) при различном цветовом тоне коэффициента диффузии ($\theta_{chr} = 5^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$).

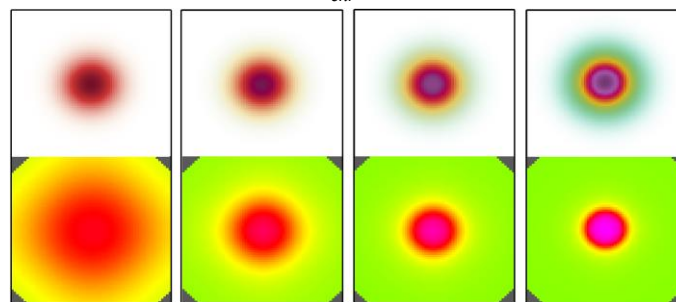


Рис. 10. Возбуждения цветной метасреды Шредингера-Галилея ($i^2 = 0$) в момент времени $t_k = 128$ для коэффициентов диффузии с различными цветовыми тонами

$$\theta_{chr} = 5^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ.$$

Как следует из рис.11, дальнейшее увеличение хроматической фазы коэффициента диффузии $\theta_{chr} = 70^\circ, 80^\circ, 89^\circ, 90^\circ$ приводит к быстрой концентрации и сжатию фазового кольца. При этом изначально красная точка полностью превращается в пятно со свечением цвета морской волны, когда цветовой оттенок у D принимает значение $\theta_{chr} = 90^\circ$.

Отметим, что значения $\theta_{chr} = \arg\{D_{chr}\}$, превышающие 90° , не дают каких-либо новых явлений из-за периодичности тригонометрических функций. Действительно, цветное возбуждение с $\arg\{D_{chr}\} = \theta_{chr} > 90^\circ$ представляет собой инвертированное (инверсия цветового тона) возбуждение метасреды с $\arg\{D_{chr}\} = \theta_{chr} - 90^\circ$ (см. рис. 12, похожий на рис. 10).

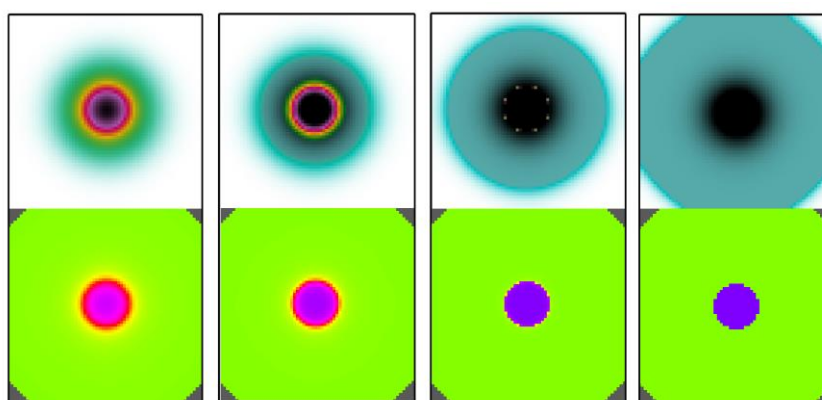


Рис 11. Возбуждения цветной метасреды Шредингера-Галилея ($i^2 = 0$) в момент времени $t_k = 128$ для коэффициентов диффузии с различными цветовыми тонами $\theta_{chr} = 70^\circ, 80^\circ, 89^\circ, 90^\circ$.

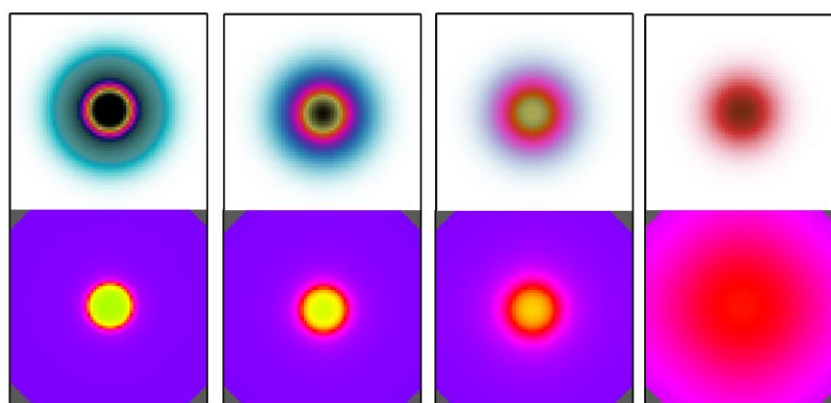


Рис. 12. Возбуждения цветной метасреды Шредингера-Галилея ($i^2 = 0$) в момент времени $t_k = 128$ для коэффициентов диффузии с различными цветовыми тонами $\theta_{chr} = 100^\circ, 110^\circ, 130^\circ, 175^\circ$.

Пример возбуждения метасреды Шредингера-Минковского с хроматической составляющей коэффициент диффузии в виде двойного числа $D_{chr} = |D_{chr}|e^{i_+ \cdot \theta_{chr}} = S_{chr} \cdot e^{i_+ \cdot H_{ch}}$ представлен на рис.13.

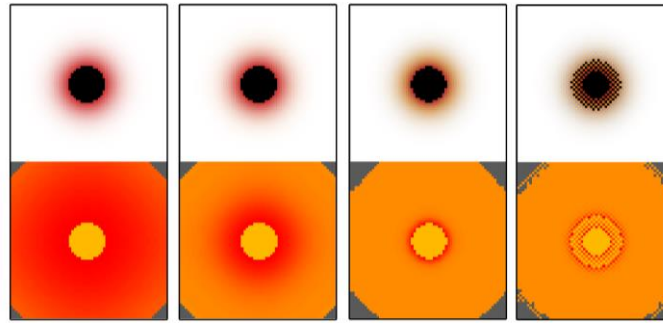


Рис 13. Возбуждения цветной метасреды Шредингера-Минковского ($i^2 = +1$) в момент времени $t_k = 128$ для коэффициентов диффузии с различными цветовыми тонами

$$\theta_{chr} = 100^\circ, 110^\circ, 130^\circ, 175^\circ.$$

Возбуждение цветной метасреды Шредингера движущимся источником

Пусть функция возбуждения $f(x, y, t)$ в уравнении

$$\frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t)$$

представляет собой дельта-функцию Дирака, движущуюся по окружности радиуса R с центром в точке (x_0, y_0) с угловой скоростью Ω : $f(x, y, t) = \delta(x_0 + R \cdot \cos(\Omega \cdot t), y_0 + R \cdot \sin(\Omega \cdot t))$, где $(x_0 - x(t))^2 + (y_0 - y(t))^2 = R^2$. Это означает, что в цветной метасреде по окружности движется квантовая частица, возбуждающая эту среду.

Вначале рассмотрим цветную среду Шредингера-Евклида с хроматической составляющей в виде классического комплексного числа $D_{chr} = |D_{chr}| e^{i \cdot \theta_{chr}} = S_{chr} \cdot e^{i \cdot H_{chr}}$ и относительно низким значением фазы θ_{chr} у D_{chr} . Рис. 14 иллюстрирует результаты моделирования. При малых значениях хроматического угла θ_{chr} (цветового тона) у D_{chr} колебания возбуждения поперек траектории движения практически отсутствуют. Они наблюдаются вдоль траектории.

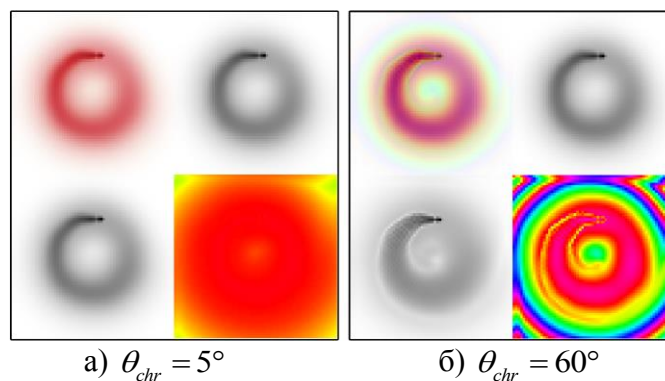


Рис. 14. Возбуждение цветной метасреды Шредингера-Евклида движущейся по окружности частицей ($t_k = 128$).

При увеличении значения хроматического угла θ_{chr} (цветового тона) начинают наблюдаться колебания возбуждения поперек траектории движения и интерференция “головной” и “хвостовой” частей траектории (рис. 15).

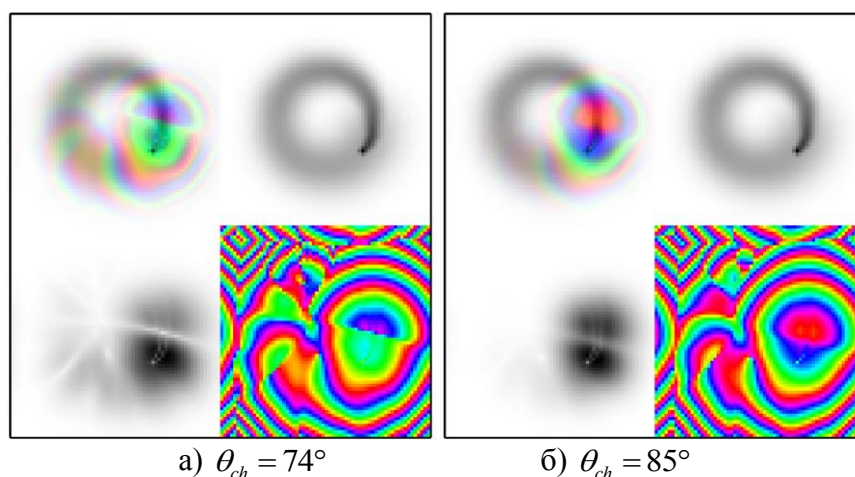


Рис. 15. Возбуждение цветной метасреды Шредингера-Евклида движущейся по окружности частицей ($t_k = 128$).

Отличающиеся результаты получаются в цветных средах с хроматической составляющей в виде двойного $D_{chr} = S_{chr} \cdot e^{i_0 \cdot \theta_{chr}}$ или дуального $D_{chr} = S_{chr} \cdot e^{i_0 \cdot \theta_{chr}}$ чисел. Например, при дуальном числе $D_{chr} = S_{chr} \cdot e^{i_0 \cdot \theta_{chr}}$ изменение $\theta_{chr} = \arg\{D_{chr}\}$ приводит к некоторым интересным и еще более необычным последствиям. На рис. 16 представлены картины возбуждения на момент $t_k = 100$ при больших значениях фазы θ_{chr} (картина возбуждения слабо меняется в широком диапазоне значений θ_{chr}). Можно заметить, что в случае с метасредой Шредингера-Галилея рост фазы у D_{chr} приводит к увеличению количества фиолетового и аквамаринового цвета (при условии, что движущаяся частица красного цвета). Ореол следа частицы на правом изображении на рис. 16 достаточно яркий, но клетки с большой яркостной составляющей и насыщенностью отсутствуют в соответствующих областях. Это обусловлено необычными законами поведения хроматической компоненты в данном типе метасред.

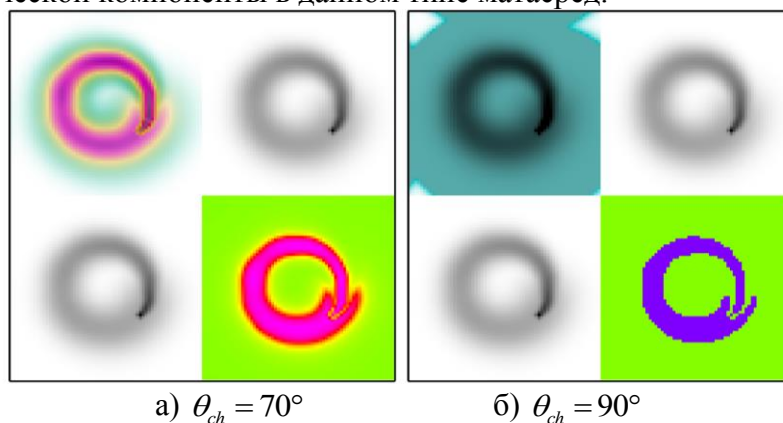


Рис. 16. Возбуждение метасреды Шредингера-Галилея при движении частицы по окружности ($t_k = 100$, $i_0^2 = 0$).

Интерференция возбуждений в цветных метасредах Шредингера

Процесс интерференции возбуждений в метасреде Шредингера-Евклида носит классический характер. Результаты моделирования для метасред Шредингера-Галилея ($i^2 = 0$) и Шредингера-Минковского ($i^2 = 1$) представлены на рис. 17.

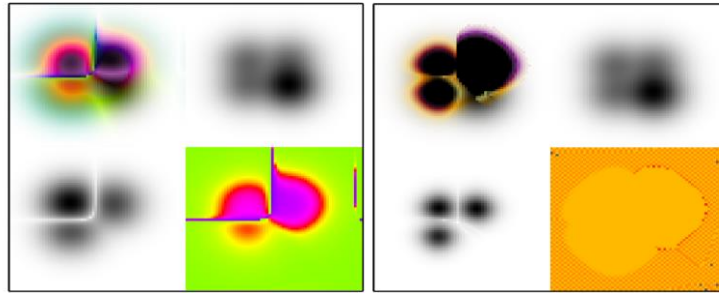


Рис. 17. Интерференция четырех возбуждений в момент $t_k = 128$ в метасредах Шредингера-Галилея (слева, $i^2 = 0$) и Шредингера-Минковского (справа, $i^2 = 1$) при $\theta_{chr} = 50^\circ$.

Из рис 17 видно, что в метасреде Шредингера-Галилея соприкосновение различных цветов порождает необычные лучи в областях, где произошло "столкновение" возбуждений. В метасредах Шредингера-Евклида и Шредингера-Минковского такие явления не наблюдаются.

Некоторые применения цветных метасред Шредингера

Пусть функция возбуждения $f(x, y, t) = f_r(x, y, t) + f_g(x, y, t)\varepsilon + f_b(x, y, t)\varepsilon^2 = f_{lum}(x, y, t) \cdot \mathbf{e}_{lum} + f_{chr}(x, y, t) \cdot \mathbf{E}_{chr}$ в уравнении

$$\frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial y^2} \right) + f(x, y, t),$$

в момент времени $t_0 = 0$ представляет собой некоторое изображение. Тогда функция возбуждения

$$\varphi(x, y, t) = \varphi_r(x, y, t) + \varphi_g(x, y, t)\varepsilon + \varphi_b(x, y, t)\varepsilon^2 = \varphi_{lum}(x, y, t) \cdot \mathbf{e}_{lum} + \varphi_{chr}(x, y, t) \cdot \mathbf{E}_{chr}$$

будет показывать эволюцию во времени изображения $f(x, y, t_0)$ под действием цветной метасреды Шредингера.

На рис.18 представлено в качестве примера изображение цветка в RGB-формате (левый верхний угол) $f(x, y, t_0) = f_r(x, y, t_0) + f_g(x, y, t_0)\varepsilon + f_b(x, y, t_0)\varepsilon^2$ и его различные компоненты: яркостная составляющая $f_{lum}(x, y, t)$ (нижний левый угол), насыщенность $|f_{chr}(x, y, t)|$ (верхний правый угол) и цветовой тон $\theta(x, y, t_0) = \arg \{f_{chr}(x, y, t_0)\}$ (нижний правый угол).



Рис.18. Функция возбуждения $f(x, y, t_0)$ цветной метасреды Шредингера-Евклида в начальный момент времени $t_0 = 0$.

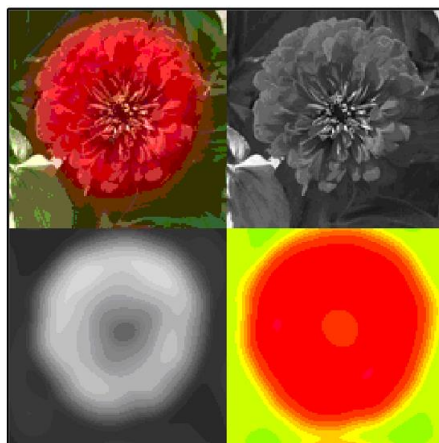


Рис. 19. Возбуждение метасреды Шредингера-Евклида в момент времени $t_k = 128$. Метасреда к этому моменту времени разбила изображение на области однородности по яркости и цветовому тону ($\arg\{D_{chr}\} = 0^\circ$).

Одной из важнейших операций в цифровой обработке цветных изображений (Rosin et al., 2014) является выделение в изображении областей, в которых какая-либо из его составляющих имеет примерно одинаковые значения (выделение областей однородности), например, областей однородности по яркости, по насыщенности или цветовому тону и т.д. Обычно такая операция предшествует операции сегментации изображения по какому-либо признаку.

Оказывается, что цветные метасреды Шредингера способны реализовывать подобные операции. На рис.19 представлено возбуждение метасреды Шредингера-Евклида в момент времени $t = 128$ после воздействия на нее вышеприведенным изображением. Нетрудно видеть, что метасреда к этому моменту времени разбила изображение на области однородности по яркости и цветовому тону.

На рис.20-21 представлены возбуждения метасред Шредингера-Галилея и Шредингера-Минковского а в моменты времени $t_k = 0, 32, 64, 128, 160$ и $t_k = 0, 84$ после воздействия на нее входными начальными изображениями.

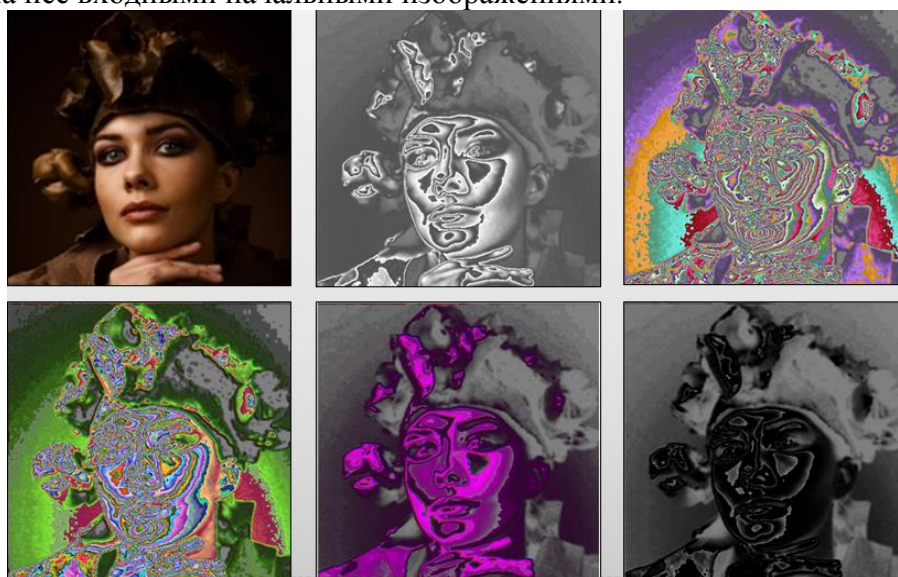


Рис. 20. Возбуждение метасреды Шредингера-Галилея в моменты времени $t_k = 0, 32, 64, 128, 160$ при входном воздействии в виде изображения в левом верхнем углу.



Рис. 21. Возбуждение метасреды Шредингера-Минковского в моменты времени $t_k = 0,84$ при входном воздействии в виде левого изображения.

Заключение

Впервые исследованы метасреды с триплетными (цветными) коэффициентами диффузии, законы функционирования которых описываются цветными уравнениями Шредингера. Рассмотрена их реализация в виде цветных квантовых клеточных автоматов. Приведены результаты моделирования, которые показали сложный характер поведения таких метасред.

Список использованной литературы

Лабунец В. Г. Возбудимые метасреды Шредингера // 2013 23rd International Crimean Conference. Microwave and Telecommunication Technology. Conference proceedings. 2013. Vol. I. P. 12-16.

Greaves Ch. On algebraic triplets // Proc. Irish Acad. 1847. Vol. 3. P. 51-54, 57-64, 80-84, 105-108.

Rosin P., Adamatzky A., Sun X. Cellular Automata in Image Processing and Geometry // Switzerland.: Springer International Publishing, 2014. P. 65-80.

Wolfram S. Cellular automata as models of complexity // Reprinted from Nature. Macmillan Journals Ltd.. 1985. Vol. 311. No. 5985. P. 419-424.

Yaglom I. Complex numbers in geometry. New York.: Academic press, 1968. Vol. 242. P. 203-205.

Рецензент статьи: кандидат технических наук, доцент Института радиоэлектроники и информационных технологий Уральского федерального университета С.М. Зраенко.